02 1992

8 2 2

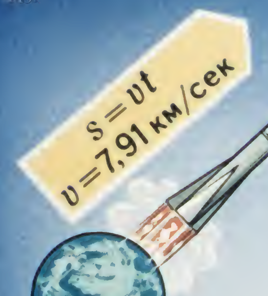
ТУ-19-241-82

8

1


студия
ДИАФИЛЬМ

07—3—343

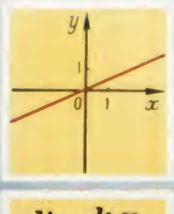






ФУНКЦИЯ. ВИДЫ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

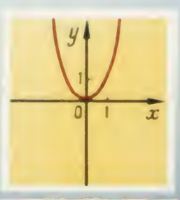




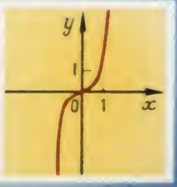
$y=kx$



$y=kx+b$



$y=x^2$



$y=x^3$

На карте с масштабом 1:3 000 000 каждый отрезок меньше изображаемого отрезка в 3 000 000 раз. Каково истинное расстояние от Севастополя до Симферополя? Каково общее правило нахождения истинных расстояний на этой карте?



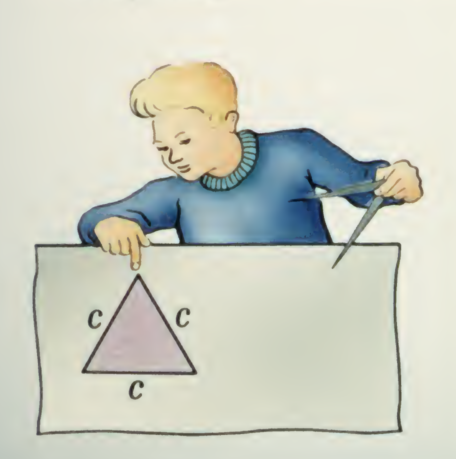
Расстояние от Симферополя до Джанкоя на карте в 3 раза больше расстояния от Ялты до Алушты. Во сколько раз оно больше на самом деле? Ответ объясните.

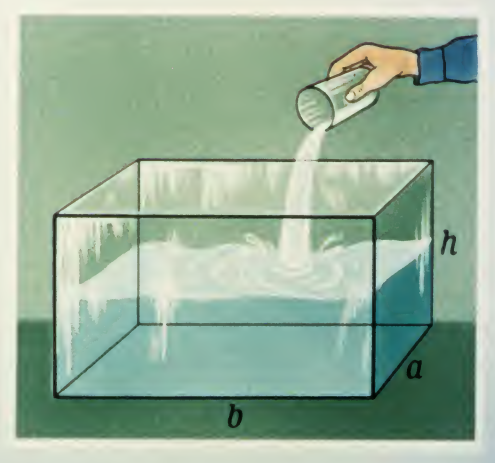


Переменная $y>0$ пропорциональна переменной $x>0$, если при увеличении значений x в несколько раз соответствующие значения y увеличиваются во столько же раз.

Пропорциональны ли:

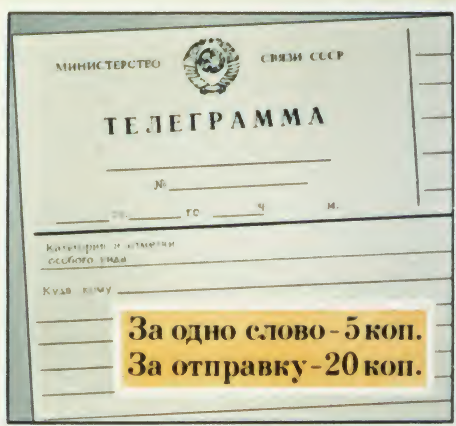
1. периметр равностороннего треугольника длине его стороны;
2. масса воды ее объему?





y пропорциональна x ⟺ во сколько раз увеличится x, во столько раз увеличится y





Пропорциональны ли:

1. путь, пройденный с постоянной скоростью, времени движения?
2. стоимость телеграммы числу слов в ней?



Стоимость товара пропорциональна его цене. Сколько стоят 2 кг этих конфет? 200 г этих конфет? Ответ объясните, используя определение пропорциональности.

y пропорциональна x	⟺	во сколько раз увеличится x, во столько раз увеличится y



Масса воды, вытекающей из крана, пропорциональна времени течения воды. Одинаковое ли количество воды вытекает из крана за каждую секунду ?

Если переменная y пропорциональна переменной x, то для всех пар соответственных значений x и y отношение y к x равно одному и тому же числу:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = k.$$

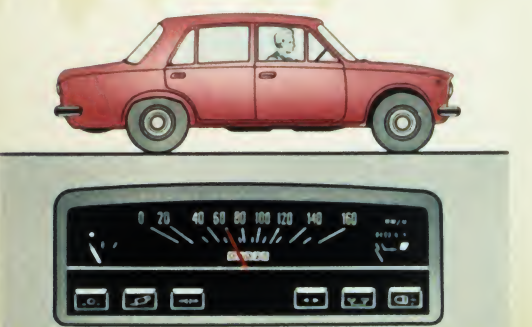
Число k называется коэффициентом пропорциональности.

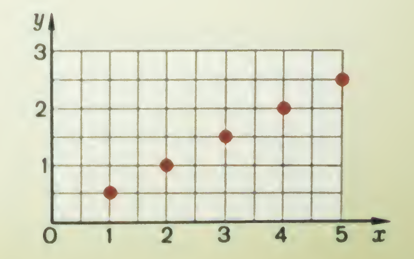
Проиллюстрируйте это свойство пропорциональности на следующих примерах и объясните смысл коэффициента k для каждого из них.

1 x – время движения автомобиля со скоростью 60 км/ч,
y – пройденный путь.



2 x и y – координаты точек этого графика.





y пропорциональна x

во сколько раз увеличится x, во столько раз увеличится y

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = k.$$

a	9		3	18	
b		16	4		20

p	1	2	3	4	5
q	3	6	9	14	15

1 Переменная b пропорциональна переменной a. Какие числа в таблице пропущены? Ответ обосновать.

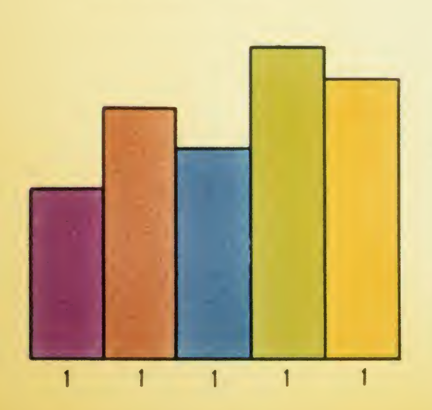
2 Пропорциональна ли переменная q переменной p? Ответ обосновать.



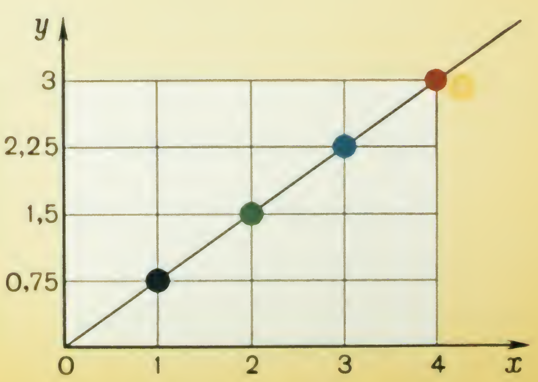
Числа $y_1, y_2, y_3, \ldots$ называются пропорциональными числам $x_1, x_2, x_3, \ldots$, если $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = k$.

Пропорциональны ли:

1 площади этих прямоугольников их высотам?



2 ординаты этих точек их абсциссам?



Человек 12—14 лет должен потреблять в сутки около 2000 килокалорий. При этом желательно распределить рацион между четырьмя приемами пищи пропорционально числам 4, 4, 7 и 5 для учащихся 1-й смены и числам 4, 8, 3 и 5 для учащихся 2-й смены. Сколько килокалорий нужно потреблять при каждом приеме пищи ученику вашего класса?

1-я смена

2-й завтрак $4x$

$4x$ 1-й завтрак

Обед $7x$

Ужин $5x$

2000 ккал

2-я смена

Обед $8x$

Завтрак $4x$

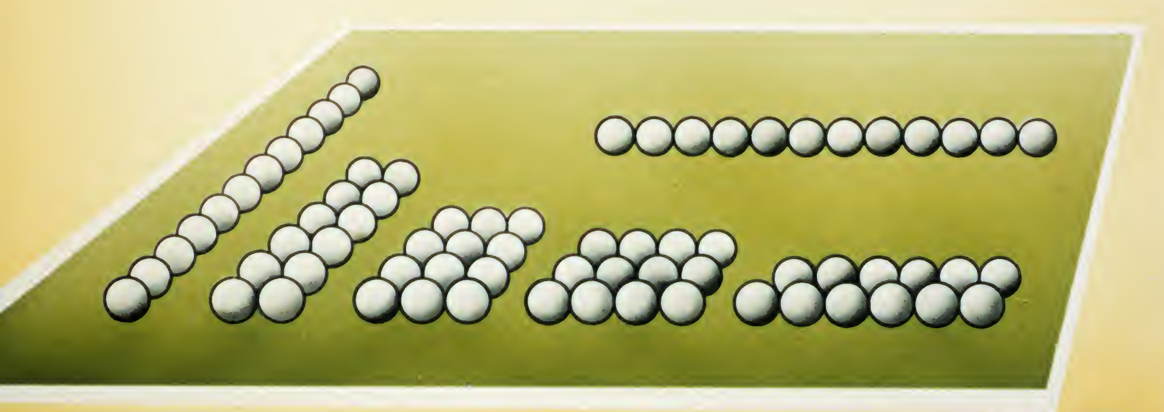
$3x$ Полдник

Ужин $5x$

2000 ккал



12 шаров можно расположить в один ряд, а можно в несколько рядов одинаковой длины. Во сколько раз уменьшается длина ряда, если число рядов увеличивается в 2; 3; 4; 6 раз?



Переменная $y>0$ обратно пропорциональна переменной $x>0$, если при увеличении значений x в несколько раз соответственные значения y уменьшаются во столько же раз.

Является ли обратно пропорциональной переменная y переменной x в следующих случаях:

1. x – цена одной тетради,
   y – число тетрадей, купленных на сумму 60 копеек;

2. x – вместимость стакана,
   y – число полных стаканов, которыми можно наполнить данный кувшин?





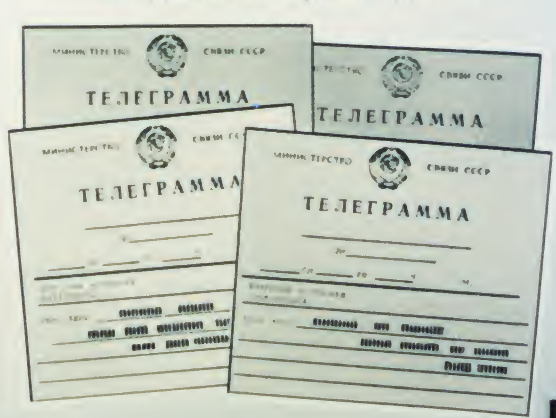
y обратно пропорциональна x	⟺	во сколько раз увеличится x, во столько раз уменьшится y

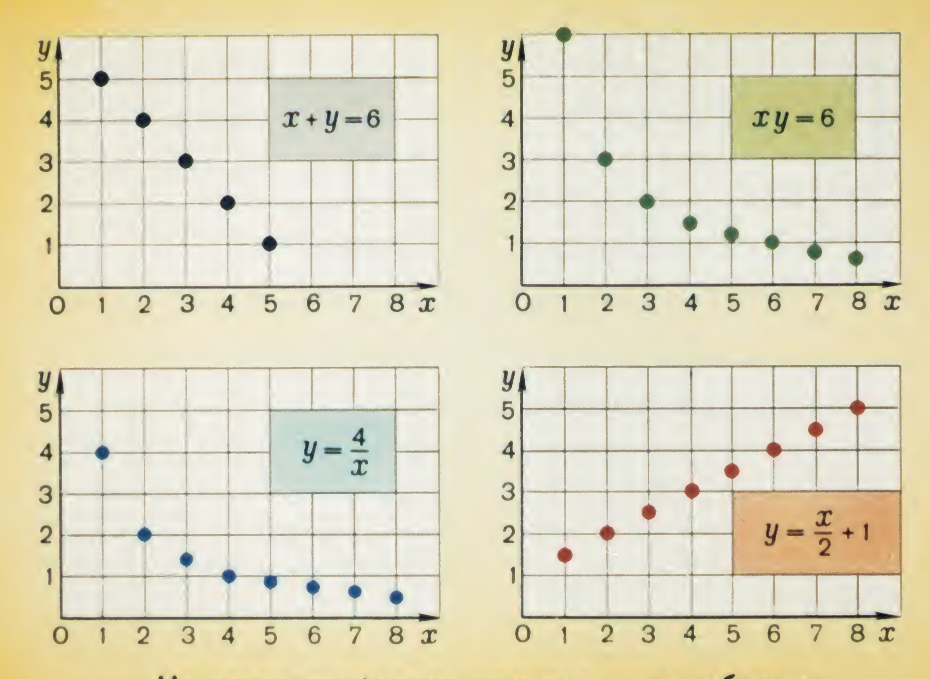
Является ли обратно пропорциональной переменная y переменной x в следующих случаях:

1. x – скорость автомобиля, y – время его движения по данному пути;

2. x – число слов в телеграмме, y – число одинаковых телеграмм, которые можно отправить за данную сумму денег?







На каких графиках ордината точки обратно пропорциональна ее абсциссе?

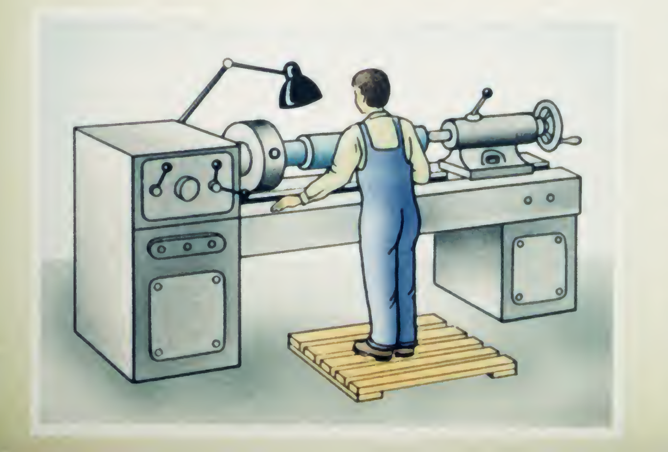
Если переменная y обратно пропорциональна переменной x, то для всех пар соответственных значений x и y произведение xy равно одному и тому же числу:

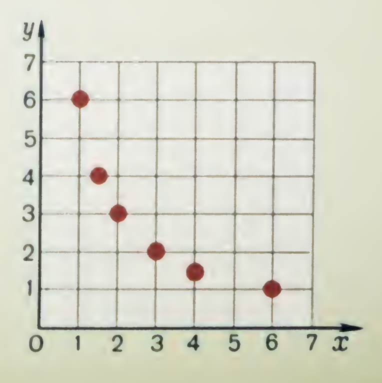
$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \ldots = k.$$

Проиллюстрируйте это свойство обратной пропорциональности на следующих примерах и объясните смысл k для каждого случая:

1 x — производительность труда, y — время выполнения работы;

2 x и y — координаты точек этого графика.





y обратно пропорциональна x

во сколько раз увеличится x, во столько же раз уменьшится y

$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \ldots = k.$

a	3,6	0,24		8	
b	0,2		0,3		12

p	1,5	3	6	7	10
q	0,2	0,1	0,05	0,04	0,03

1. Переменная b обратно пропорциональна переменной a. Какие числа в таблице пропущены?
Ответ обосновать.

2. Является ли переменная q обратно пропорциональной переменной p?
Ответ обосновать.



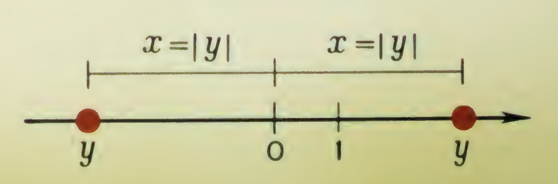
Зависимость переменной y от переменной x называется функцией, если каждому значению x соответствует единственное значение y.

В каких случаях переменная y является функцией от x:

1. x – длина стороны квадрата,
   y – его площадь;



2. x – модуль числа,
   y – само это число?





y — функция от x

зависимая переменная
(функция)

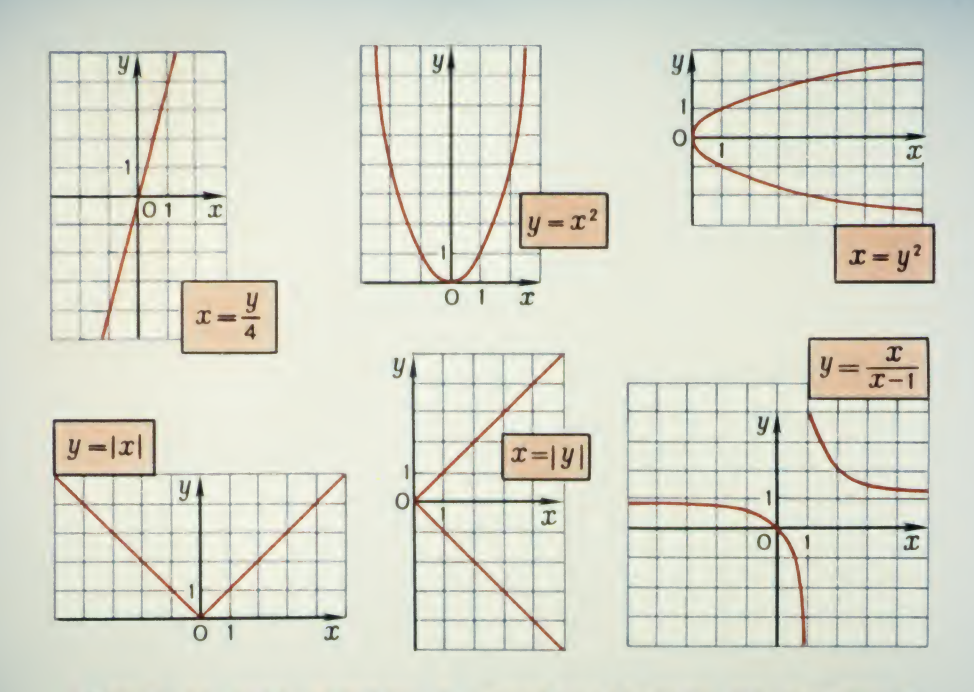
независимая переменная
(аргумент)

ЛЕНИНГРАД

$v = 150$ км/ч

МОСКВА

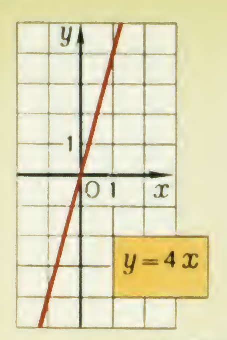
Почему путь s, пройденный поездом, можно считать функцией от времени t? Какие значения может принимать здесь переменная t, если поезд движется, не меняя скорости? Какие значения может в этом примере принимать переменная s? Как еще можно назвать t и s?

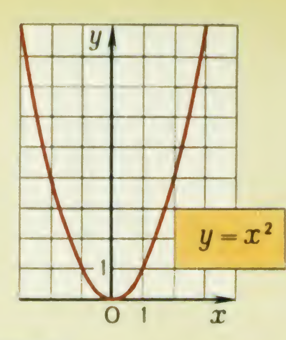


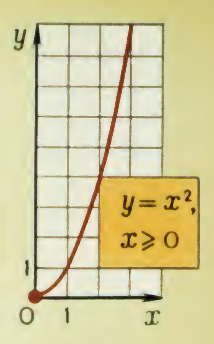
Какие из этих формул и соответствующих им графиков задают функции y от x? Ответ обосновать.

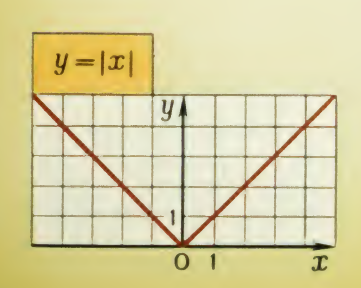
Область определения функции – значения, которые может принимать x.

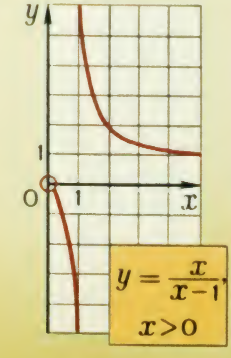
Какова область определения каждой из этих функций?

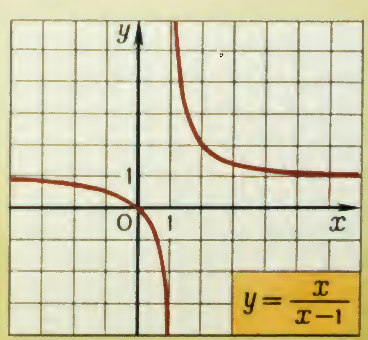




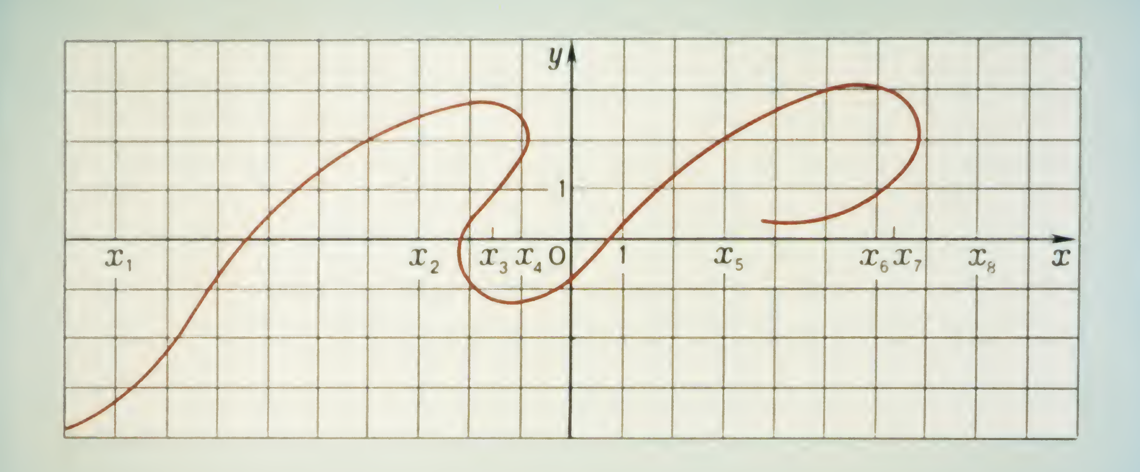












Каким из указанных значений x на этом графике соответствует одно, два, три, ни одного значения y? Является ли этот график графиком какой-нибудь функции y от x?

Какие из этих графиков являются графиками функций? Ответ обосновать.



Прямой пропорциональностью называется функция, которая может быть задана формулой $y=kx$, где k – число, не равное нулю.

Какие из этих формул задают прямую пропорциональность:

а) $y=\frac{1}{2}x$;

б) $y=x$;

в) $y=\frac{1}{2}-\frac{x}{2}$;

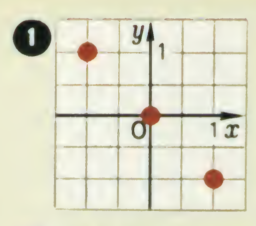
г) $y=x^2$;

д) $y=0x$;

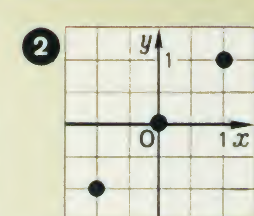
е) $x+y=0$?

На каких графиках построены соответствующие этим формулам точки с абсциссами –1, 0, 1?

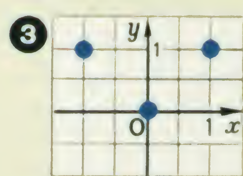
1



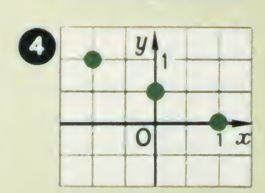
2



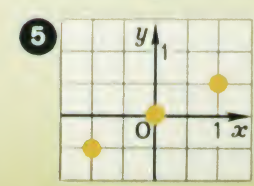
3



4



5



6

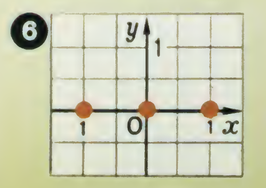


График прямой пропорциональности есть прямая линия.

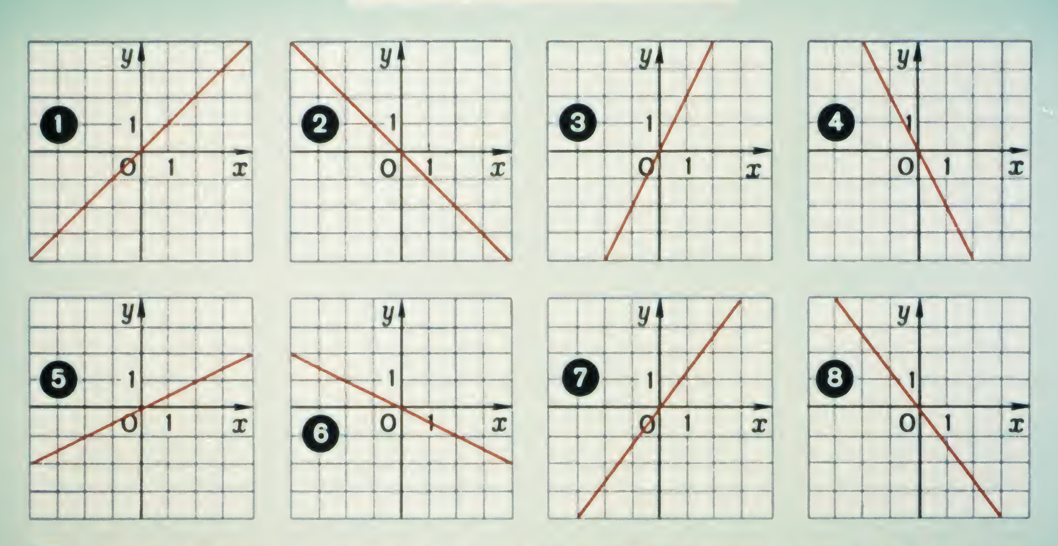
Докажите, что эта прямая обязательно проходит через точку (0; 0) и не совпадает ни с осью абсцисс, ни с осью ординат.

Докажите, что графики следующих функций проходят через указанные точки.

Функция	Точка
$y=x$	(1; 1)
$y=-x$	(1; −1)
$y=2x$	(1; 2)
$y=0{,}7x$	(1; 0,7)
$y=-18x$	(1; −18)

Обобщите эти результаты.

$y = kx, \ k \neq 0$



По графикам прямых пропорциональностей найдите значения *k* и формулы, задающие эти функции.

Какие из этих графиков задают прямую пропорциональность с областью определения [1;2]?



Функция, которую можно задать формулой

$$y = kx + b,$$

называется линейной функцией от x.

Для данных k и b составьте формулу, задающую линейную функцию y от x:

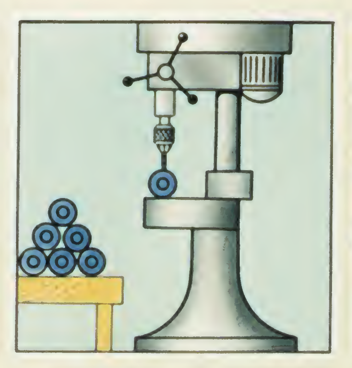
	а	б	в	г	д	е
k	1	-1	0	0	4	-6
b	0	0	3	0	-6	4

Какие из этих функций — прямые пропорциональности?

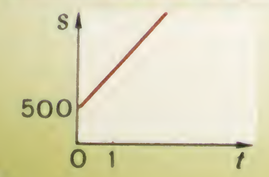
$y = kx + b$ — линейная функция y от x.

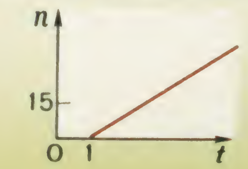
По этим рисункам и графикам придумайте линейные функции s от t; n от t; Q от x.

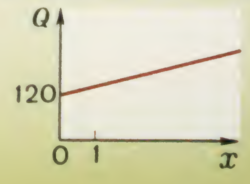








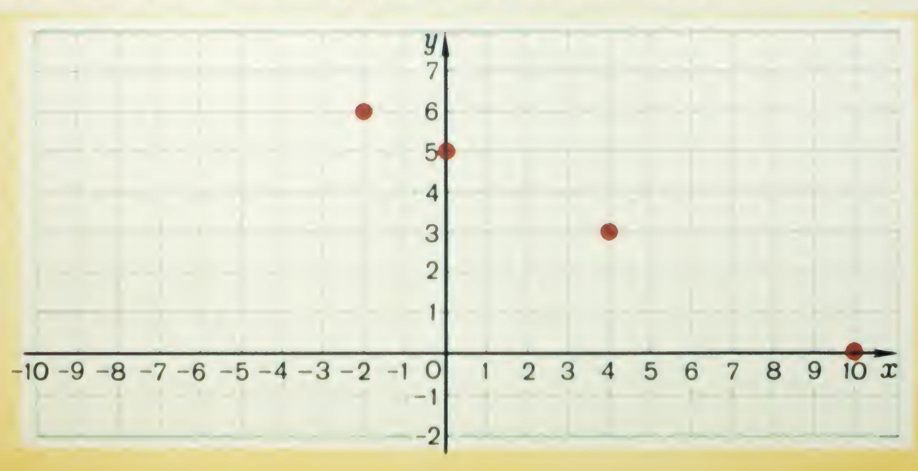






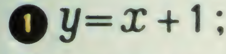
Графиком любой линейной функции $y = kx + b$ является некоторая прямая.

Проверьте, что абсциссы и ординаты этих точек удовлетворяют условию $y = -0{,}5x + 5$. Лежат ли эти точки на одной прямой? Лежат ли на той же прямой остальные точки графика этой функции? Ответ обосновать.

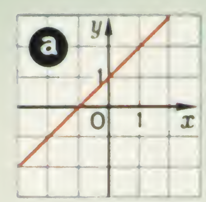


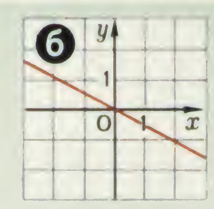


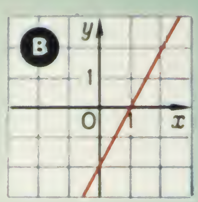
Какой из этих формул соответствует какой график:

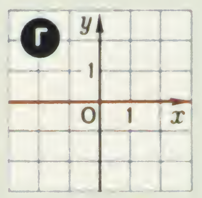


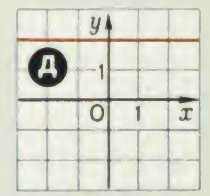
1. $y = x + 1$;
2. $x + 2y = -2$;
3. $y = 2x - 2$;
4. $y = 0x - 1$;
5. $y = -\frac{x}{2}$;
6. $2x + y = 2$;
7. $y = 0x$;
8. $y = 2$;
9. $y = 2x$?

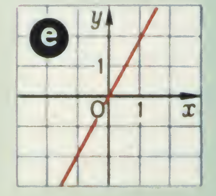


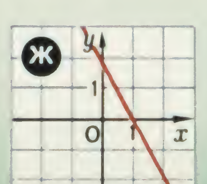


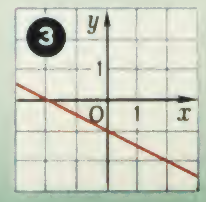


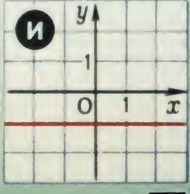








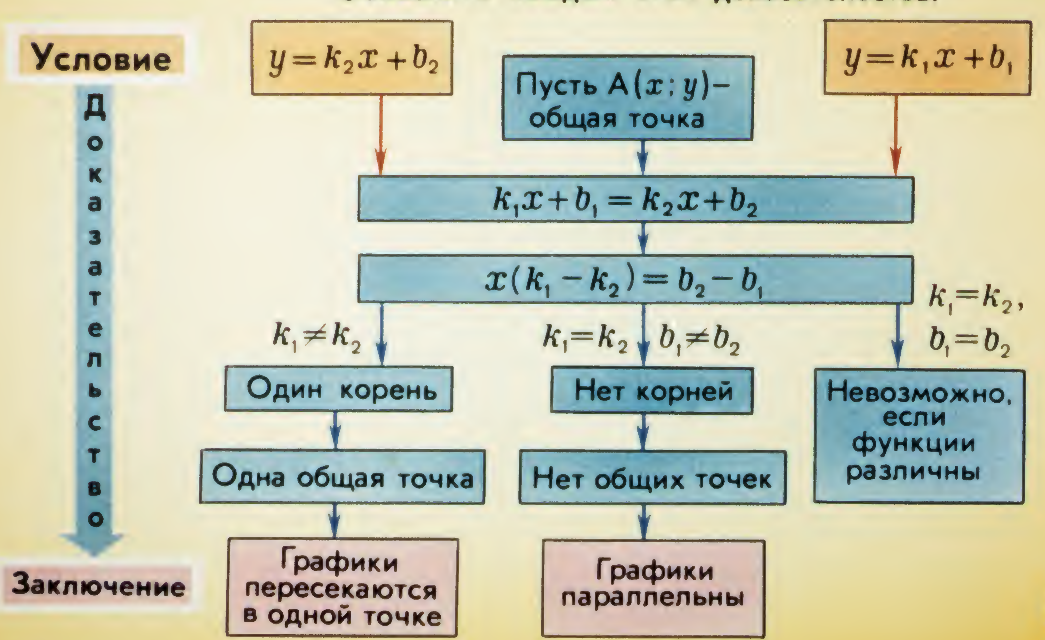






Графики двух различных линейных функций могут пересекаться в одной точке или быть параллельными (при одинаковых коэффициентах k).

Объясните каждый этап доказательства.



Объясните способы построения графика функции $y = kx + b$.

$$y = -\frac{2}{3}x + 1$$

$y = -\frac{2}{3}x$

$y = -\frac{2}{3}x$, $y = -\frac{2}{3}x + 1$

x	0	1
y	1	$\frac{1}{3}$

$y = -\frac{2}{3}x + 1$



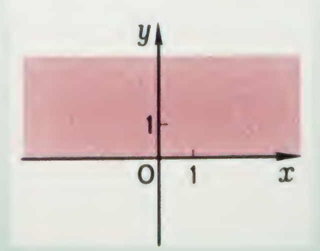
График функции $y=x^2$ называется параболой.

Объясните, почему парабола $y=x^2$

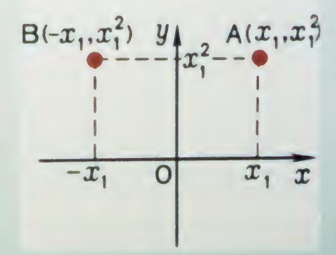
а) проходит через точку (0; 0);



б) при $x \neq 0$ расположена выше оси $0x$;



в) симметрична относительно оси $0y$.



1. Проверьте правильность построения параболы $y=x^2$ для целых x.

2. Найдите по графику приближенные значения $1{,}31^2$; $2{,}14^2$; $(-2{,}14)^2$.

3. При каких значениях x функция $y=x^2$ принимает значения 2; 3,5; -5?

4. Решите с помощью графика уравнение $x^2=7{,}2$.

5. Решите с помощью графика неравенство $x^2< 5{,}4$.

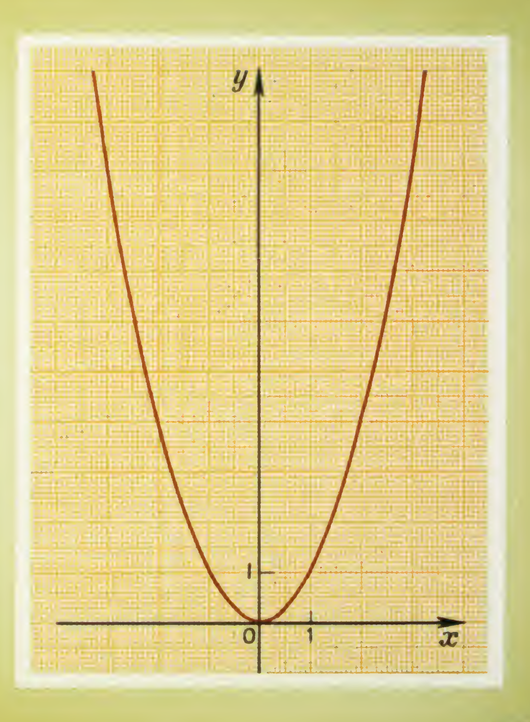


График функции $y=x^3$ называется кубической параболой.

Объясните, почему кубическая парабола $y=x^3$

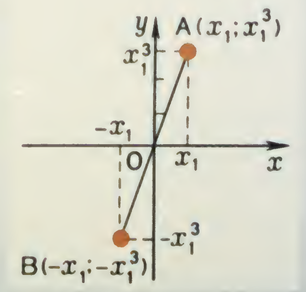
а проходит через точку (0; 0);

б при $x>0$ расположена выше оси $0x$, при $x<0$ расположена ниже оси $0x$;

в симметрична относительно начала координат.







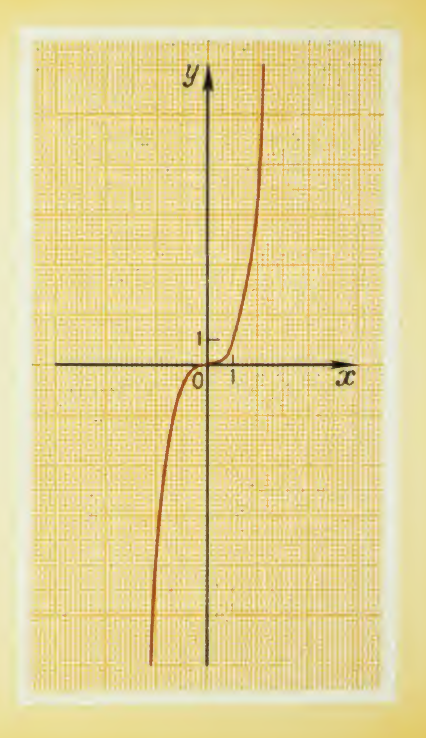
1. Проверьте правильность построения кубической параболы $y = x^3$ для целых x.

2. Найдите по графику приближенные значения $1{,}32^3$; $1{,}6^3$; $(-1{,}6)^3$.

3. При каких значениях x функция $y = x^3$ принимает значения 2; 5,1; -5,1?

4. Решите с помощью графика уравнение $x^3 = 9$.

5. Решите с помощью графика неравенство $-10 < x^3 < 8$.





Диафильм предназначен для объяснения материала по учебнику „Алгебра 6" под редакцией С. А. Теляковского.

Кадры 2—9 относятся к пункту 10 этого учебника; 10—11—к п. 11; 12—17—к п. 12; 18—21—к п. 13; 22—23—к п. 14; 24—27—к п. 15; 28—29—к п. 16; 30—31—к п. 17; 32—33—к п. 18; 34—37—к п. 24.

Кадры, которыми заканчиваются фрагменты, посвященные тому или иному пункту учебника, имеют специальный значок— в нижнем правом углу.

Пояснения к отдельным кадрам

Кадр 1 дает возможность рассказать, какой материал освещается в диафильме: прямая пропорциональность (путь и время), обратная пропорциональность (количество купленных тетрадей и их цена), линейная зависимость (число слов в телеграмме и ее стоимость), функции и графики. 7,91 км/с—это первая космическая скорость.

Отвечать на вопросы в кадрах 4—10, 13, 14, 17—19, 21, 24, 28—30 нужно, ссылаясь на тексты в рамках.

Кадр 11 позволяет объяснить, как решаются задачи на пропорциональное деление.

В кадре 21 область определения находится по формуле и ограничениям, а не по графику.

Кадр 25. Доказательство проводится подстановкой в формулу. Обобщение: график $y=kx$ проходит через точку $(1;k)$. Координатная плоскость в кадре позволяет фиксировать указкой точки и графики.





КОНЕЦ

Диафильм создан по программе,
утвержденной
Министерством просвещения СССР

Автор
кандидат педагогических наук Г. ЛЕВИТАС

Художник Г. ЦЕЛИЩЕВ

Редактор Т. РАЗУМОВА

Д-143-85

103062, Москва, Старосадский пер., 7

Цветной